

2018~2019学年天津和平区天津市第一中学高一下学期期末数学试卷

一、选择题(本大题共10题,每小题3分,共计30分)

1. 已知 l, m 表示两条不同的直线, α 表示平面,则下列说法正确的是().
- A. 若 $l \perp m, m \subset \alpha$, 则 $l \perp \alpha$ B. 若 $l \perp \alpha, m \subset \alpha$, 则 $l \perp m$
- C. 若 $l // m, m \subset \alpha$, 则 $l // \alpha$ D. 若 $l // \alpha, m \subset \alpha$, 则 $l // m$
2. 圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 与直线 $2tx - y - 2 - 2t = 0 (t \in \mathbf{R})$ 的位置关系为().
- A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 以上都有可能
3. 若 $\theta \in \left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$, 直线 $l: y = x \cdot \tan \theta + 1$ 的倾斜角等于().
- A. $\theta - \pi$ B. θ C. $2\pi - \theta$ D. $\pi + \theta$
4. 已知点 $A(-1, 1)$ 和圆 $C: (x-5)^2 + (y-7)^2 = 4$, 一束光线从点 A 经 x 轴反射到圆 C 上的最短路程是().
- A. $6\sqrt{2} - 2$ B. 8 C. $4\sqrt{6}$ D. 10
5. 过点 $P(-2, 4)$ 作圆 $C: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$ 的切线 l , 直线 $m: ax - 3y = 0$ 与切线 l 平行, 则切线 l 与直线 m 间的距离为().
- A. 4 B. 2 C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{12}{5}$
6. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著, 书中有如下问题: “今有委米依垣内角, 下周八尺, 高五尺. 问: 积及为米几何?” 其意思为: “在屋内墙角处堆放米(如图, 米堆为一个圆锥的四分之一), 米堆底部的弧长为8尺, 米堆的高为5尺, 问米堆的体积和堆放的米各为多少?” 已知1斛米的体积约为1.62立方尺, 圆周率约为3, 估算出堆放的米约有().
- A. 14斛 B. 22斛 C. 36斛 D. 66斛
7. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的6个顶点都在球 O 的球面上, 若 $AB = 3, AC = 4, AB \perp AC, AA_1 = 12$ 则球 O 的半径为().
- A. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$ B. $2\sqrt{10}$ C. $\frac{13}{2}$ D. $3\sqrt{10}$
8. 已知点 $P(x, y)$ 是直线 $kx + y + 4 = 0 (k > 0)$ 上一动点, PA, PB 是圆 $C: x^2 + y^2 - 2y = 0$ 的两条切线, A, B 是切点, 若四边形 $PACB$ 的最小面积是2, 则 k 的值为().
- A. 3 B. $\frac{\sqrt{21}}{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2
9. 若直线 $l: ax + by + 1 = 0$ 始终平分圆 $M: x^2 + y^2 + 4x + 2y + 1 = 0$ 的周长, 则 $(a-2)^2 + (b-2)^2$ 的最小值为().
- A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. $2\sqrt{5}$ D. 10

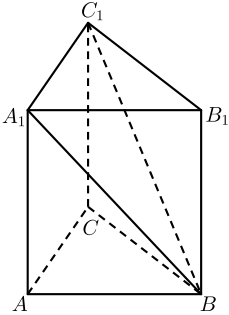


10. 若圆 $(x - 2)^2 + y^2 = 9$ 上至少有三个不同的点到直线 $l: ax + by = 0$ 的距离为2, 则直线 l 的斜率的取值范围是() .

- A. $\left(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$
- B. $\left(-\infty, -\sqrt{3}\right] \cup \left[\sqrt{3}, +\infty\right)$
- C. $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$
- D. $\left[-\sqrt{3}, \sqrt{3}\right]$

二、填空题（本大题共6题，每小题4分，共计24分）

11. 如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AA_1 = 2$ ， $AC = BC = 1$ ，则异面直线 A_1B 与 AC 所成角的余弦值是_____ .



12. 已知直线 $l_1: mx + 4y - 2 = 0$ 与 $l_2: 2x - 5y + n = 0$ 相互垂直，且垂足为 $(1, p)$ ，则 $m - n + p$ 的值为_____ .

13. 已知点 $(2, 5)$ 和点 $B(4, 7)$ ，点 P 在 y 轴上，若 $|PA| + |PB|$ 的值最小，则点 P 的坐标为_____ .

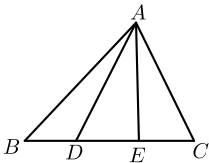
14. 三棱锥 $P - ABC$ 中， D 、 E 分别为 PB 、 PC 的中点，记三棱锥 $D - ABE$ 的体积为 V_1 ， $P - ABC$ 的体积为 V_2 ，则 $\frac{V_1}{V_2} =$ _____ .

15. 设直线 $y = x + 2a$ 与圆 $C: x^2 + y^2 - 2ay - 2 = 0$ 相交于 A 、 B 两点，若 $|AB| = 2\sqrt{3}$ ，则圆 C 的面积为_____ .

16. 若直线 $y = x + b$ 与曲线 $x = \sqrt{1 - y^2}$ 恰好有一个公共点，则实数 b 的取值范围是_____ .

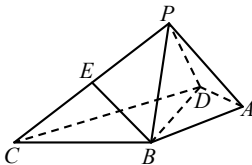
三、解答题（本大题共4题，共计46分）

17. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A 、 B 、 C 的对边分别是 a 、 b 、 c ，且满足 $(a - b)(\sin A + \sin B) = c(\sin A - \sin C)$ ， $c = 4$.



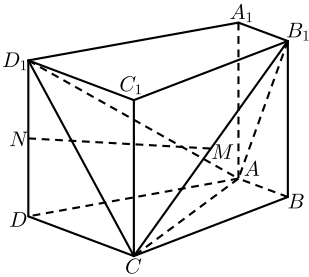
- (1) 若 $b = 6$ ，求 $\sin A$ 的值 .
- (2) 若 D 、 E 在线段 BC 上，且 $BD = DE = EC$ ， $AE = 2\sqrt{3}BD$ ，求 AD 的长 .

18. 在四棱锥 $P - ABCD$ 中， $BC = BD = DC = 2\sqrt{3}$ ， $AD = AB = PD = PB = 2$.



- (1) 若点 E 为 PC 的中点，求证： $BE \parallel$ 平面 PAD .
- (2) 当平面 $PBD \perp$ 平面 $ABCD$ 时，求二面角 $C - PD - B$ 的余弦值 .

19. 如图，在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，侧棱 $A_1A \perp$ 底面 $ABCD$ ， $AB \perp AC$ ， $AB = 1$ ， $AC = AA_1 = 2$ ， $AD = CD = \sqrt{5}$ ，且点 M 和 N 分别为 B_1C 和 D_1D 的中点。



- (1) 求证： $MN \parallel$ 平面 $ABCD$ 。
- (2) 求二面角 $D_1 - AC - B_1$ 的正弦值。
- (3) 设 E 为棱 A_1B_1 上的点，若直线 NE 和平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$ ，求线段 A_1E 的长。

20. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 M 过坐标原点 O 且圆心在曲线 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ 上。

- (1) 若圆 M 分别与 x 轴、 y 轴交于点 A 、 B (不同于原点 O)，求证： $\triangle AOB$ 的面积为定值。
- (2) 设直线 $l: y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 4$ 与圆 M 交于不同的两点 C 、 D ，且 $|OC| = |OD|$ ，求圆 M 的方程。
- (3) 设直线 $y = \sqrt{3}$ 与 (2) 中所求圆 M 交于点 E 、 F ， P 为直线 $x = 5$ 上的动点，直线 PE 、 PF 与圆 M 的另一个交点分别为 G 、 H ，求证：直线 GH 过定点。